

Leszek Majkut, Ryszard Olszewski

Zastosowanie modelu regresji do wyznaczenia współczynnika izolacyjności akustycznej przegrody niejednorodnej

JEL: R41 DOI: 10.24136/atest.2019.247

Data zgłoszenia: 28.01.2020 Data akceptacji: 10.02.2020

W artykule przedstawiono zastosowanie modelu regresji do oszacowania współczynnika izolacyjności akustycznej przegrody niejednorodnej na przykładzie przegrody dwumateriałowej. Sformułowano model regresji, następnie zastosowano go do wyznaczenia izolacyjności płyty. Uzyskane wyniki porównano z wynikami pomiarów.

Słowa kluczowe: izolacyjność akustyczna, modelowanie, analiza regresji.

Wstęp

W szeroko rozumianej ochronie akustycznej przed hałasem stosowane są zabezpieczenia pozwalające na ograniczenie uciążliwej hałaśliwości środków transportu, instalacji, jak i poszczególnych maszyn i urządzeń. Najpowszechniej stosowanym rozwiązaniem technicznym, które prowadzi do zmniejszenia oddziaływania hałasowego jest ingerencja możliwie u źródła hałasu na drodze przenoszenia fali dźwiękowej przez zastosowanie osłon w postaci pojedynczych przegród lub obudów. Ze względu na to, że rozwiązania konstrukcyjne tego rodzaju zabezpieczeń przeciwhałasowych bazują na dwóch rodzajach materiałów: o własnościach dźwiękochłonnych i dźwiękoizolacyjnych, dlatego też nazywane są one obudowami dźwiękochłonno–izolacyjnymi [4].

Ogólnie przyjęty podział przegród stosowanych w konstrukcjach obudów dźwiękochłonno–izolacyjnych obejmuje przegrody pojedyncze i wielokrotne [10]. Przegrody pojedyncze tym wyróżniają się od wielokrotnych, że pomiędzy warstwami przegrody nie występują szczeliny powietrzne. W przypadku samych przegród (dotyczy to zarówno przegrody pojedynczej, jak i wielokrotnej) rozróżnia się przegrody jednorodne, czyli wykonane z jednolitego materiału oraz warstwowe niejednorodne, składające się z różnych materiałów ściśle przylegających do siebie. Przykładem przegród warstwowych niejednorodnych jest układ dwóch połączonych ze sobą warstw, mających właściwości dźwiękoizolacyjne: płyty metalowej (tworzywa sztucznego) pełniące również rolę konstrukcji nośnej oraz płyty z materiału o własnościach dźwiękochłonno–izolacyjnych lub wyłącznie dźwiękochłonnych. Realizacją takiego połączenia są przegrody gumowo-metalowe, szeroko omówione w pracy [10].

Podstawowym parametrem akustycznym, który służy do opisu przegród dźwiękoizolacyjnych, jest izolacyjność akustyczna od dźwięków powietrznych, którą wyznacza się przede wszystkim w warunkach laboratoryjnych. Izolacyjność akustyczną wyznaczyć można także wykorzystując teoretyczne modele obliczeniowe. Modele teoretyczne takie jak prawo masy [1], modele Sharpa i Davy [1] oraz Statystycznej Analizy Energii [7], pozwalające oszacować izolacyjność akustyczną przegrody jednorodnej, oparte są na podstawowych cechach materiałowych oraz własnościach konstrukcyjnych. Są one z mniejszym lub większym powodzeniem stosowane od lat. Podobnie rzecz się ma z przegrodami niejednorodnymi (warstwowymi). Izolacyjność akustyczną przegród warstwowych można szacować z wykorzystaniem wcześniej przywołanych modeli [1].

Praktycznie, mało znane są modele obliczeniowe izolacyjności akustycznej przegród wielowarstwowych, które opierają się wyłącznie na samej izolacyjności materiałów jako składników płyty. W artykule zbudowano i zastosowano model regresji, który posłużył do wyznaczenia izolacyjności akustycznej przegrody dwumateriałowej na podstawie znanych współczynników izolacyjności akustycznej jej poszczególnych warstw. Zastosowanie takiego podejścia nabiera znaczenia w przypadku, gdy budowa prototypu przegrody lub docelowo obudowy, celem sprawdzenia jej skuteczności akustycznej, jest zbyt kosztowna lub wręcz nieopłacalna.

1. Model izolacyjności akustycznej oparty na analizie regresji

Z formalnego punktu widzenia, analiza regresji jest narzędziem, które pozwala określić współzależność cech poprzez dopasowanie do nich funkcji spełniającej określone wymagania [5]. Model z zastosowaniem analizy regresji w zagadnieniach izolacyjności akustycznej budowany jest dla płyty dwumateriałowej, która traktowana jest jak obiekt o wielu wejściach i jednym wyjściu. Zatem poszukiwany jest pewien nieznan, nieliniowy opis matematyczny, który w sposób ogólny można wyrazić następująco:

$$S_R = f(K, \alpha) + \varepsilon \quad (1)$$

gdzie: K – zmienne wejściowe,
 α – współczynniki regresji,
 ε – błąd modelu.

Samo zastosowanie narzędzia regresji sprowadza się do dwóch etapów: budowy modelu regresyjnego oraz zastosowania modelu w celu wyznaczenia nieznannej wartości.

Poszukiwany opis matematyczny (model) w postaci (1) powinien spełniać następujące warunki:

- być możliwie prosty,
- cechować się dokładnością w punktach referencyjnych,
- odzwierciedlać co najmniej cechy jakościowe zjawiska.

W przypadku poszukiwanej zależności izolacyjności akustycznej płyty dwumateriałowej, przyjęto matematyczny opis (2) w zależności od znanych parametrów izolacyjności poszczególnych warstw, oparty na liniowej kombinacji wyrażeń:

$$\hat{\tau} = \alpha_0 + \alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2 + \alpha_3 k_3 + \alpha_4 k_4 \quad (2)$$

gdzie: $k_1 = \tau_1$,
 $k_2 = \tau_2$,
 $k_3 = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2}$,
 $k_4 = \sqrt{\tau_1 \tau_2}$,

przy czym τ_1 i τ_2 są współczynnikami przenoszenia dźwięku przez poszczególne warstwy materiału i są one wyznaczone w oparciu o zmierzoną (znaną) wartość izolacyjności akustycznej.

W wyniku wprowadzenia danych do modelu (2) powstaje nadokreślony układ równań, który może być rozwiązany z wykorzystaniem między innymi metody najmniejszych kwadratów. Minimalizacja sumy kwadratów błędów sprowadza się do znalezienia minimum wyrażenia (3).

$$S_R = \sum_{i=1}^n (\tau_i - \hat{\tau})^2 \quad (3)$$

Minimum to określane jest z warunku zerowania się pierwszych pochodnych:

$$\min S_R : \frac{\partial S_R}{\partial \alpha_i} = 0 \quad (4)$$

Ten prosty warunek prowadzi do przekształcenia zależności (3) do postaci, która pozwala wyznaczyć szukane wartości współczynników α_i równania (2).

Istotnym problemem jest to, że w ogólnym przypadku połączenia dwóch materiałów w płytę, która będzie stanowić przegrodę niejednorodną nie są znane własności dźwiękoizolacyjne takiego ustroju. Znane są co najwyżej własności akustyczne materiałów, które zostaną ze sobą zespolone. Wobec powyższego, dla zbudowania modelu regresji, konieczne stało się oszacowanie własności dźwiękoizolacyjnych materiałów i ich połączenia na podstawie stosunkowo prostego modelu fizycznego jakim jest prawo masy [1,2,6].

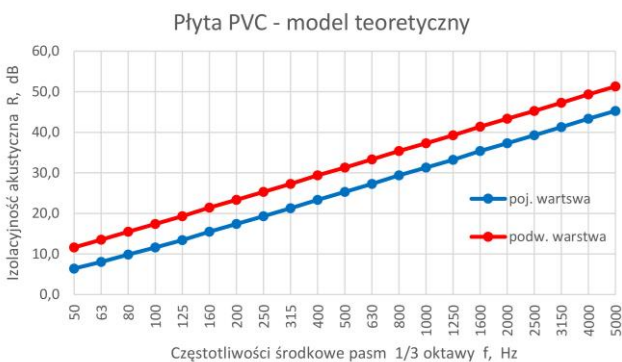
Przyjęto, że płyta wykonana z PVC o grubości $h=8\text{mm}$, podzielona zostanie na dwie warstwy o grubościach, których suma będzie równa $h=8\text{mm}$. Dla każdej z warstw materiału wyznaczono współczynnik przenoszenia dźwięku τ , który z parametrem izolacyjności akustycznej właściwej R związany jest zależnością (5).

$$R = 10 \log \frac{1}{\tau} \quad (5)$$

Do obliczeń przyjęto następujące podstawowe własności fizyczne warstwy płyty wykonanej z PVC [1]:

d) gęstość: $\rho=1190 \text{ kg/m}^3$,

e) prędkość rozchodzenia się dźwięku w materiale: $c=1710 \text{ m/s}$, które umożliwiają wyznaczenie izolacyjności akustycznej R w funkcji częstotliwości środkowych pasm 1/3 oktawowej. Izolacyjność akustyczną płyty o grubości pojedynczej oraz podwójnej warstwy przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Izolacyjność akustyczna właściwa płyty PVC

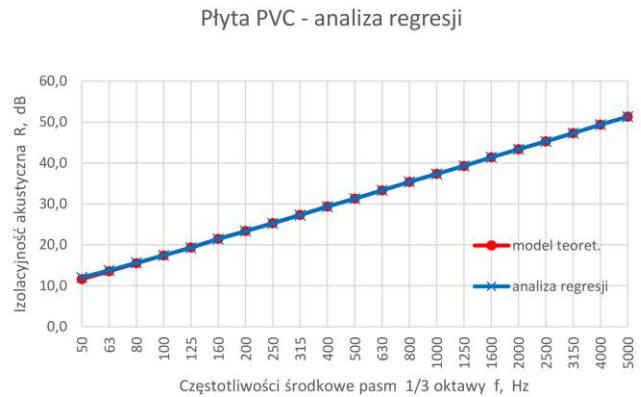
W wyniku przeprowadzonych obliczeń wyznaczono zbiór poszukiwanych współczynników α_i zależności (2), które spełniają warunek (4) dla teoretycznego modelu izolacyjności akustycznej przegrody niejednorodnej. Wartości współczynników regresji α_i zamieszczono w tabeli 1.

Tab. 1. Wartość wyznaczonych współczynników regresji α_i

Podział grubości płyty h	Współczynniki regresji				
	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4
$h_1=4 \text{ mm}, h_2=4 \text{ mm}$	-0,189	0,400	0,400	0,566	0,400

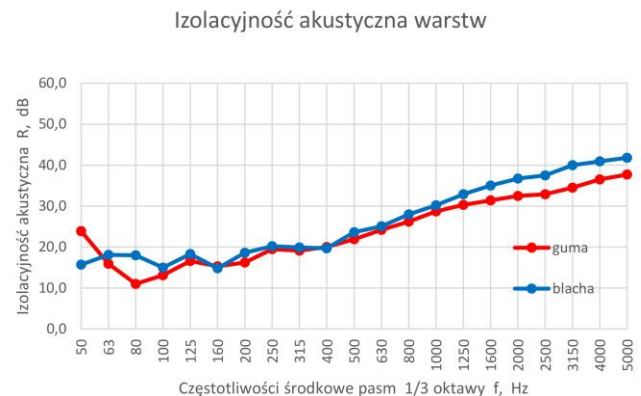
Na rysunku 2 przedstawiono charakterystykę izolacyjności akustycznej przegrody niejednorodnej modelu opartego na analizie regresji oraz modelu teoretycznego.

Uzyskany przebieg izolacyjności akustycznej z zastosowaniem analizy regresji niemal w całości pokrywa się z wynikiem dla modelu teoretycznego płyty dwumateriałowej.



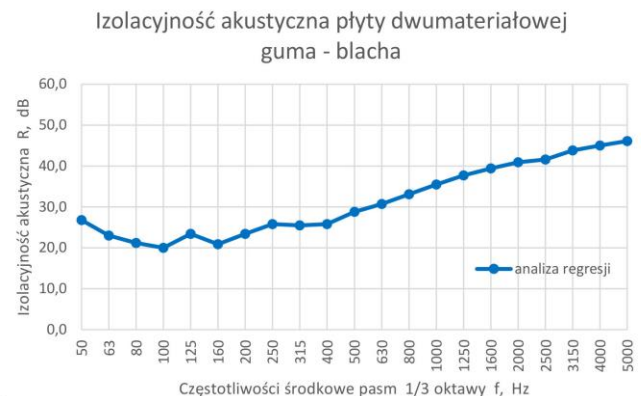
Rys. 2. Izolacyjność akustyczna właściwa płyty dwumateriałowej

Jest to rezultat w pełni oczekiwany, ponieważ model teoretyczny spełnia wymienione wyżej warunki do zbudowania modelu regresji i pozbawiony jest zakłóceń.



Rys. 3. Izolacyjność akustyczna poszczególnych warstw płyty niejednorodnej

Wyznaczone na tym etapie współczynniki α_i mogą posłużyć do próby oszacowania izolacyjności akustycznej płyty złożonej z dwóch różnych warstw materiału o różnych grubościach, których znane są wyłącznie wskaźniki izolacyjności.



Rys. 4. Izolacyjność akustyczna płyty dwumateriałowej wyznaczona w oparciu o model regresji

W wyniku pomiarów akustycznych [10], których opis przedstawiono w punkcie 3, uzyskano izolacyjności akustyczne materiałów gumy o grubości $h=3$ mm i blachy stalowej o grubości $h=1$ mm. Charakterystyki te pokazano na rysunku 3.

Na podstawie uprzednio zbudowanego modelu regresji dla płyty dwumateriałowej jednorodnej, wyznaczono izolacyjność akustyczną płyty (rysunek 4) złożonej z dwóch materiałów, których charakterystyki poszczególnych warstw pokazano na rysunku 3.

2. Badania laboratoryjne

Badania laboratoryjne izolacyjności akustycznej od dźwięków powietrznych wykonano w Zespole Komór Pogłosowych Sprzężonych w Katedrze Mechaniki i Wibroakustyki Akademii Górniczo – Hutniczej w Krakowie. Stanowią go dwie komory: nadawcza o objętości $178,77$ m³ i odbiorcza o objętości $176,9$ m³, które połączone są otworem pomiarowym o wymiarach 1×2 m (rys. 5). Wymiary okna pomiarowego wynikają z przystosowania laboratorium do badań przegród (próbki o wymiarach 1×2 m) stosowanych w wibroakustyce przemysłowej. Stąd, laboratorium spełnia większość wytycznych zawartych w normie [12], za wyjątkiem zmniejszonych wymiarów okna pomiarowego (wymagana powierzchnia to 10 m²).



Rys. 5. Widok komory odbiorczej laboratorium Zespołu Komór Pogłosowych Sprzężonych, przeznaczonych do badań izolacyjności akustycznej właściwej [6]

Tor pomiarowy składa się z dwóch mikrofonów Norsonic 1220, zestawu głośnikowego JBL 2×150 VA, wzmacniacza mocy Sound KRAK 200 VA oraz analizatora Norsonic 840, służącego jednocześnie jako generator szumu różowego, który był sygnałem akustycznym wykorzystywanym podczas pomiarów [11].

Metoda pomiarowa opisana w normie [12], oparta na formule (6), wykorzystuje różnicę poziomów ciśnień akustycznych między komorami nadawczą i odbiorczą przy założeniu, że pola akustyczne w obu komorach są idealnie rozproszone, a energia akustyczna przenoszona jest jedynie przez badaną przegrodę.

$$R = L_1 - L_2 + 10 \log \left(\frac{S}{A} \right) \quad [dB] \quad (6)$$

gdzie:

L_1 – uśredniony poziom ciśnienia akustycznego w komorze nadawczej [dB],

L_2 – uśredniony poziom ciśnienia akustycznego w komorze odbiorczej [dB],

S – pole powierzchni badanej przegrody [m²],

A – równoważne pole powierzchni pochłaniającej komory odbiorczej [m²].

Chłonność akustyczną wyznacza się z zależności (7), wzoru Sabine'a:

$$A = \frac{0,161 V}{T} \quad (7)$$

gdzie:

V – objętość komory odbiorczej [m³],

T – czas pogłosu komory odbiorczej [s].

Dla każdej z próbek wykonano po 40 pomiarów (po 20 pozycji mikrofonów dla dwóch pozycji źródła dźwięku), które posłużyły do wyznaczenia krzywej izolacyjności akustycznej właściwej. Wykonano również po 20 pomiarów czasu pogłosu w komorze odbiorczej (zgodnie z wytycznymi zawartymi w [13]).

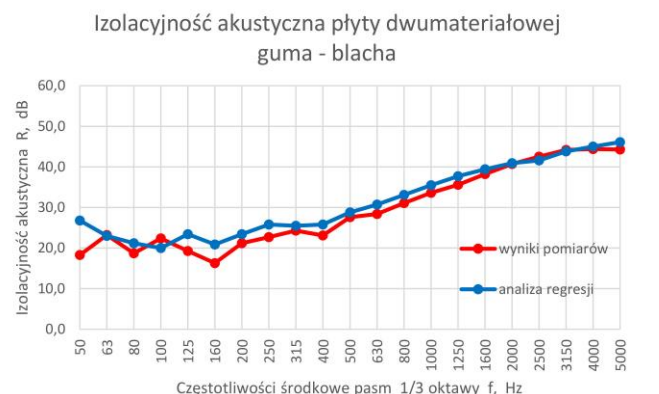
W wyniku przeprowadzonych pomiarów [10] uzyskano przedstawioną na rysunku 3 zależność wskaźnika izolacyjności akustycznej w funkcji częstotliwości środkowych pasm 1/3 oktawy dla materiałów stanowiących poszczególne warstwy płyty dwumateriałowej:

- guma o grubości $h=3$ mm,
- blacha stalowa o grubości $h=1$ mm.

W rezultacie badań pomiarowych [10] prowadzonych w tych samych warunkach uzyskano przedstawioną na rysunku 4 zależność wskaźnika izolacyjności akustycznej w funkcji częstotliwości środkowych pasm 1/3 oktawy dla płyty dwumateriałowej.



Rys. 6. Izolacyjność akustyczna płyty dwumateriałowej uzyskana w wyniku pomiarów [10]



Rys. 7. Porównanie izolacyjności akustycznej płyty dwumateriałowej

Zestawienie charakterystyk izolacyjności akustycznej płyty dwumateriałowej przedstawiono na rysunku 7.

Podsumowanie

W wyniku zastosowania modelu regresji wyznaczono izolacyjność akustyczną przegrody dwumateriałowej na podstawie znanej izolacyjności akustycznej poszczególnych warstw. Posłużono się w tym celu współczynnikami funkcji regresji wyznaczonymi w oparciu o znany teoretyczny model izolacyjności akustycznej płyty złożonej z dwóch warstw tego samego materiału. Prezentowana na rysunku 7 krzywa w sensie jakościowym oddaje charakter wyznaczonego w drodze pomiarów przebiegu izolacyjności akustycznej w funkcji częstotliwości środkowych pasm 1/3 oktawy.

Zrezygnowano z parametrycznej oceny ilościowej dopasowania modelu regresji za względu na nieliniowe zależności, jakie zachodzą w polu akustycznym.

Bibliografia:

1. Bajdała P., The transmission loss calculaton method of multi-layer structures, Technical Transactions, Mechanics, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 2011, Zeszyt 3.
2. Bies D.A., Hansen C.H., Engineering noise control, theory and practice, Spon Press, London and New York 2009.
3. Engel Z., Ochrona środowiska przed drganiami i hałasem, PWN, Warszawa 2001.
4. Engel Z., Sikora J., Obudowy dźwiękochłonne – izolacyjne. Podstawy projektowania i stosowania, Wyd. AGH, Kraków 1998.
5. Koronacki J., Ćwik J., Statystyczne systemy uczące się, WNT, Warszawa 2005.
6. Kosala K., Calculation models for analyzing the sound insulating properties of homogeneous single baffles used in vibroacoustic protection. Applied Acoustics 2019, 146:108-117
7. Kosala K., Majkut L., Olszewski R., Modelowanie izolacyjności akustycznej przegród Metodą Statystycznej Analizy Energii. Autobusy. Eksploatacja i Testy 2018,12:106-109.
8. Majkut L., Analiza teoretyczna zjawiska koincydencji i częstości krytycznych paneli akustycznych. Autobusy. Eksploatacja i Testy 2018,12: 549-552.
9. Majkut L., Olszewski R., Modelowanie izolacyjności akustycznej przegród jednorodnych. Autobusy. Eksploatacja i Testy 2018,12:553-556.
10. Sikora J., Warstwy gumowe w rozwiązaniach zabezpieczeń wibroakustycznych, Wyd. AGH, Kraków 2011.
11. Wszolek T., Uncertainty of sound insulation measurement in Laboratory, Archives of Acoustics, Vol.32, No 4 (supplement) 2007, pp.271-278.
12. PN-EN ISO 10140-5 (2011) - Acoustics. Laboratory measurement of acoustic insulation of building elements. Part 5: Requirements for test facilities and equipment.
13. PN-EN ISO 354 (2005) - Acoustics -- Measurement of sound absorption in a reverberation room.

Application of the regression model to determine sound insulation of a heterogeneous baffle

Paper discussed the regression model which was used to determine the sound insulation of a two-materials baffle based on the known sound insulation of its layers.

Keywords: sound insulation, modelling, regression analysis.

Autorzy:

dr hab. inż. **Leszek Majkut** – AGH Akademia Górniczo - Hutnicza, majkut@agh.edu.pl

dr inż. **Ryszard Olszewski** – AGH Akademia Górniczo – Hutnicza, olszewsk@agh.edu.pl

**Pracę zrealizowano w ramach subwencji badawczej
AGH nr 16.16.130.942/kmiw**